

От редакции

В предыдущем номере журнала «Нелинейная динамика» был опубликован русскоязычный перевод первой части докторской диссертации немецкого математика Эрнста Цермело *Hydrodynamische Untersuchungen über die Wirbelbewegungen auf einer Kugelfläche* (Гидродинамические исследования вихревых движений на поверхности сферы), 1899 г. В этом номере мы приводим фрагмент рецензии Давида Гильберта на диссертацию Цермело, достаточно подробно описывающий структуру работы. Редакция «НД» планирует также продолжить публикацию материалов, связанных с исследованиями Э. Цермело по динамике вихрей.

Докторская диссертация [Habilitationsschrift] выполнялась молодым Цермело под руководством Макса Планка и была закончена и представлена в Гёттингенском университете в 1899 г. Эта работа представляет собой первое глубокое исследование движения точечных вихрей на поверхности сферы. Цермело, в частности, перенес на случай сферы ряд результатов, полученных Грёббли и Кирхгофом для случая движения вихрей по плоскости. Кроме того, работа содержит интересные результаты, нетипичные для плоской постановки задачи.

По результатам диссертации Цермело подготовил большую работу, условно состоящую из двух частей. Первая часть была напечатана в 1902 году в журнале *Zeitschrift für Mathematik und Physik*¹. Вторая часть так и не была опубликована и хранится в виде рукописи в архиве Фрайбургского университета. Насколько мы можем судить из просмотра копии рукописного текста, она представляет еще бóльший интерес и спустя столетие совершенно не утратила своего значения². В ней содержится вывод уравнения движения N вихрей, явное интегрирование задачи трех вихрей на сфере и доказана теорема о существовании симметричных статических конфигураций.

Почему Цермело не передал в печать продолжение диссертации, своего главного труда по гидродинамике? Главным образом это связывают с личным и идейным влиянием Давида Гильберта с его программой непротиворечивой аксиоматизации и формализации всей математики. С гидродинамики и математической физики интересы Цермело бесповоротно переключились на основания математики, теорию множеств и логику. Работы Цермело оказали большое влияние на развитие этих областей; в современной математике широко известны такие понятия, как «аксиоматическая теория Цермело–Френкеля», «парадокс Рассела–Цермело», «аксиома Цермело» («аксиома выбора»).

В настоящее время издательство Springer-Verlag готовит к изданию собрание сочинений Эрнста Цермело в переводе на английский язык. Это означает, что в скором времени и вторая часть диссертации Цермело, долгое время остававшаяся за рамками обширных библиографий, наконец станет нам доступной и несомненно привлечет большое внимание современных специалистов по гидродинамике и теории вихревых структур.

¹ Полная ссылка: E. Zermelo, *Hydrodynamische Untersuchungen über die Wirbelbewegungen in einer Kugelfläche*, *Zeitschrift für Mathematik und Physik* **47** (1902), 201–237. Реферирование в: JFM **33** (1902), 781–782.

Русский перевод этой статьи публиковался в журнале «Нелинейная динамика» (2007, т. 3, № 1, с. 81–109).

² Редакция благодарит сотрудников Фрайбургского университета и особенно профессора Х.-Д. Эббинхауса за любезно предоставленную копию этой рукописи, к сожалению, малоразборчивой, достаточно трудной для прочтения и нуждающейся еще в бережной редакторской обработке.

Важный, но малоизвестный труд Эрнста Цермело по динамике вихрей задолго предвосхитил дальнейшие исследования вихревых движений на сфере. Основной этап этих исследований был начат работами В. А. Богомолова (1977, 1979 гг.), сформулировавшего уравнения движения точечных вихрей на сфере и подробно исследовавшего интегрируемый случай трех вихрей с одинаковым значением интенсивностей. Им были также получены условия линейной устойчивости стационарных конфигураций вихрей на сфере. Анализ движения в случае различных интенсивностей был выполнен, одновременно и независимо, в работах А. В. Борисова и В. Г. Лебедева (1998 г.) и П. Ньютона и Р. Кидамби (1998 г.). В серии работ А. В. Борисова, И. С. Мамаева и др. (2000–2007 гг.) с точки зрения современной теории динамических систем исследована устойчивость стационарных и статических конфигураций, выполнен качественный и бифуркационный анализ регулярного и хаотического движения вихрей.

Ссылки на эти и другие публикации по вихревому движению на сфере имеются в списках библиографии в книгах А. В. Борисов, И. С. Мамаев «Математические методы динамики вихревых структур» (Москва–Ижевск: ИКИ, 2005) и Р. К. Newton “The N -Vortex Problem. Analytical Techniques” (Springer-Verlag, 2001).

Цермело постулировал понятие *вихря на сфере*, аналогичное определению Богомолова. Однако на сфере возникает и другая, так называемая *антиподальная модель* движения точечного вихря. Эта модель рассматривается в публикуемой в этом номере статье «Новая интегрируемая задача о движении точечных вихрей на сфере» с. 211.

В 2007 году вышла замечательная биографическая книга об Эрнсте Цермело: Н.-Д. Ebbinghaus, *Ernst Zermelo. An Approach to His Life and Work*. Springer-Verlag, 2007. Информация об этом издании представлена на стр. 231 этого номера.