



УДК: 531.352:629.7

MSC 2010: 37N05,70H03,70H09

О компланарных равновесиях космической станции на тросе, закрепленном на прецессирующем астероиде

А. В. Родников

Изучаются равновесия космической станции на леере, то есть на тросе, концы которого закреплены на полюсах динамически симметричного астероида. Выводятся некоторые общие критерии устойчивости таких равновесий в случае, когда движение вдоль троса запрещено. В рамках обобщенной ограниченной круговой задачи трех тел В. В. Белецкого классифицируются множества компланарных равновесий, то есть равновесий в плоскости, образованной осями динамической симметрии и прецессии малой планеты в случае, когда ее гравитационное поле аппроксимируется полем гравитации двух материальных точек равной массы.

Ключевые слова: космический лифт, космическая тросовая система, астероид, односторонняя связь, задача трех тел

1. Введение

В [24] была поставлена задача о равновесии и движении материальной точки на тросе, концы которого закреплены на полюсах динамически симметричного гравитирующего твердого тела. (Под «полюсами» понимались точки пересечения оси динамической симметрии с поверхностью твердого тела.) Фактически рассматривалась модель космической тросовой системы, состоящей из астероида, совершающего регулярную прецессию, и космической станции, способной перемещаться вдоль троса, закрепленного на поверхности этого астероида (или же на специально построенных на астероиде башнях). Как и в нескольких предшествующих работах [7, 11, 13, 14, 19, 22] трос был назван «леером» (динамике

Получено 14 марта 2012 года

После доработки 2 апреля 2012 года

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 10-01-00406а).

Родников Александр Владимирович
springer@inbox.ru, avrodnikov@yandex.ru

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана
105005, Россия, г. Москва, 2-ая Бауманская, д. 5



протяженных космических систем с перемещающимися элементами посвящены также, например, работы [20, 23] и др.). В [24] в рамках обобщенной ограниченной круговой задачи трех тел (ООКЗТТ) В. В. Белецкого [16], то есть в предположении, что гравитационное поле астероида есть гравитационное поле двух материальных точек, помещенных на ось динамической симметрии, была проведена классификация возможных равновесий станции в плоскости, проходящей через центр масс астероида перпендикулярно оси прецессии астероида. (такие равновесия названы «треугольными» по аналогии с «треугольными точками либрации» ООКЗТТ [16, 17], являющихся аналогами лагранжевых точек либрации классической ОКЗТТ [1, 2]; о точках либрации гравитирующих астероидов и моделях движения в окрестности астероида, отличных от ООКЗТТ, см., например, [3, 6, 8–10, 15, 21] и многие другие работы).

В настоящей работе изучаются другой тип равновесий станции на леере, лежащих в плоскости, образованной осями прецессии и динамической симметрии астероида. Такие равновесия названы «компланарными равновесиями» (КР) по аналогии с «компланарными точками либрации» (КТЛ) ООКЗТТ [18, 25]. Предполагая, что гравитационный потенциал астероида зависит только от расстояний до оси динамической симметрии и до центра масс, выводятся общие условия устойчивости по Ляпунову таких равновесий в случае, когда движение по тросу запрещено, то есть станция закреплена на тросе. При доказательстве используется известная теорема А. П. Иванова об устойчивости равновесий консервативной механической системы, стесненной односторонними связями [4, 5]. Показывается, что КР, «закрепленные» на тросе, устойчивы внутри острых углов, образованных осью динамической симметрии твердого тела, представляющего астероид, и осью, проходящей через центр масс астероида перпендикулярно оси прецессии, и неустойчивы внутри тупых углов, образованных этими же осями. Отмечается, что аналогичным образом показывается устойчивость «закрепленных» треугольных равновесий. В частности, в рамках ООКЗТТ, в случае «полной симметрии», когда притягивающие центры и точки закрепления леера симметричны относительно центра масс астероида, «закрепленные» КР, порожденные «внешними» КТЛ [25] (в свою очередь порожденных точками L_2 и L_3 ОКЗТТ в нумерации из [2]), отличные от КТЛ оказываются всегда устойчивыми, в то время как КР, отличные от КТЛ, возникающие из «внутренних» КТЛ (являющихся результатом эволюции точки L_1 ОКЗТТ в нумерации из [2]), всегда неустойчивы. (Отметим, что, как показано в [25], в рассматриваемом случае внешние КТЛ неустойчивы, в то время как некоторые из внутренних КТЛ могут быть устойчивыми в первом приближении.)

Если выполнены предположения ООКЗТТ и длина леера может быть выбрана какой угодно, множество КР для каждого астероида представляется набором кривых, каждая из которых соединяет КТЛ, притягивающие центры, некоторые точки на оси динамической симметрии астероида или уходит в бесконечность. В настоящей работе показывается, что в случае полной симметрии пространство параметров рассматриваемой задачи может быть разделено на девять областей, соответствующих качественно разным типам множеств КР; описываются также особенности таких множеств на границах между этими областями.

2. Об обозначениях, параметрах и переменных

Для описания движения материальной точки, представляющей космическую станцию (точка S на рис. 1), будем использовать обозначения, параметры и переменные из [24]. Так, пусть $Cx_1y_1z_1$ — кёнигова система координат с началом в центре масс C астероида, совершающего регулярную прецессию с угловой скоростью ω вокруг Cz_1 , $Cxyz$ — система

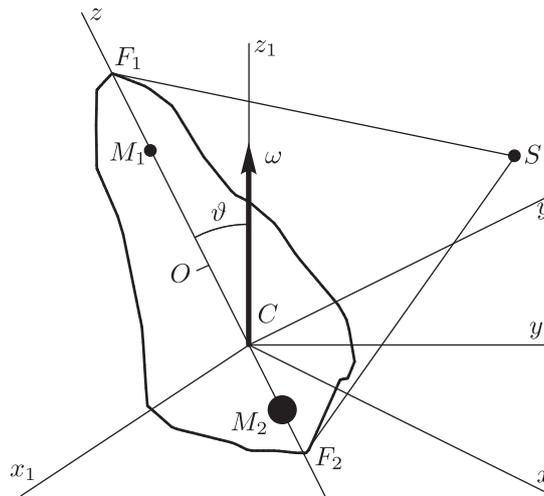


Рис. 1

координат, вращающаяся с угловой скоростью ω , такая, что ось Cx не покидает плоскости Cx_1y_1 , а Cz — ось динамической симметрии астероида. Наряду с безразмерными переменными $\xi = x/a, \eta = y/a, \zeta = z/a$ (x, y, z — координаты станции S в $Cxyz$, $2a$ — длина леера, т. е. троса, вдоль которого может перемещаться станция S , с концами, закрепленными в полюсах F_1 и F_2), будем использовать безразмерные цилиндрические координаты ρ, φ, ζ , такие, что

$$\xi = \rho \cos \varphi, \quad \eta = \rho \sin \varphi. \quad (2.1)$$

Очевидно, динамика рассматриваемой системы определяется тремя безразмерными параметрами: углом нутации ϑ , эксцентриситетом $e = |F_1F_2|/2a$ эллипсоида с фокусами F_1 и F_2 , пределы которого не может покинуть точка S , и отношением $d = z_0/|OF_1|$, где z_0 — координата по оси Cz точки O , являющейся серединой F_1F_2 . (Не ограничивая общности рассуждений, $0 \leq \vartheta \leq \pi/2, 0 < e < 1, -1 < d < 1$.) Кроме того, будем считать, что гравитационный потенциал Π не зависит от φ , что справедливо, если, например, астероид имеет форму, близкую к телу вращения. В случае, когда движение S происходит по поверхности эллипсоида, то есть станция находится «на связи» или совершает «связное движение», для описания движения могут оказаться удобными углы φ и γ ($\zeta = ed + \cos \gamma, \rho = \sqrt{1 - e^2} \sin \gamma$).

Если выполнены предположения ООКЗТТ [16, 17], то есть гравитационный потенциал рассматриваемого астероида есть потенциал двух материальных точек (M_1 и M_2 на рис. 1) с массами m_1 и m_2 соответственно (без ограничения общности, $m_1 \leq m_2$), то при описании движения будем использовать три дополнительных безразмерных параметра: $k = |M_1M_2|/|OF_1|, \mu = m_1/(m_1 + m_2), \alpha = G(m_1 + m_2)/(\omega^2|M_1M_2|^3)$, где G — гравитационная константа тяготения. Не ограничивая общности, $0 < \mu \leq 1/2$, очевидно, $\alpha > 0$, естественно считать, что $0 \leq k < 2$. Заметим, что α, μ, ϑ являются безразмерными параметрами ООКЗТТ, причем μ обычно используется в качестве параметра ОКЗТТ.

3. Устойчивость «закрепленных» равновесий

В [24] было показано, что если гравитационный потенциал астероида не зависит от φ , равновесия станции на леере возможны, только если или $\xi = 0$ (компланарные равнове-



сия — КР), или $\eta \sin \vartheta + \zeta \cos \vartheta = 0$ (треугольные равновесия в плоскости Cx_1y_1). Изучим возможность стабилизировать эти равновесия, просто закрепив станцию на тросе, то есть запретив движения вдоль леера. Ограничимся теми равновесиями, для которых сила натяжения троса не равна нулю, исключив тем самым из рассмотрения точки либрации. Как следует из известной теоремы А. П. Иванова [4, 5], в этом случае выводы об устойчивости можно сделать, просто заменив неустойчивающие связи удерживающими. В нашем случае такая замена приводит к системе с одной степенью свободы φ и интегралом Якоби

$$T_2 - T_0 = h = \text{const}, \quad (3.1)$$

не зависящим от гравитационного потенциала астероида, где

$$T_2 = \frac{1}{2}\rho^2\dot{\varphi}^2, \quad T_0 = \frac{1}{2}((\eta \cos \vartheta - \zeta \sin \vartheta)^2 + \xi^2). \quad (3.2)$$

Очевидно, для КР (как и для треугольных равновесий) $dT_0/d\varphi = 0$. Учитывая (2.1), при $\xi = 0$ справедливо равенство

$$\frac{d^2T_0}{d\varphi^2} = \eta \sin \vartheta (\eta \sin \vartheta + \zeta \cos \vartheta). \quad (3.3)$$

Заметим также, что для равновесий, являющихся одновременно компланарными и треугольными, $d^2T_0/d\varphi^2 = d^3T_0/d\varphi^3 = 0$, но

$$\frac{d^4T_0}{d\varphi^4} = -3\eta^2 \sin^2 \vartheta. \quad (3.4)$$

Из (3.3), (3.4) следует, что в КР, не лежащих на оси динамической симметрии, при выполнении условия

$$\eta (\eta \sin \vartheta + \zeta \cos \vartheta) \leq 0 \quad (3.5)$$

достигается максимум T_0 . Таким образом, «закрепленные» КР, которые не лежат на оси динамической симметрии астероида и для которых сила натяжения троса не равна нулю, устойчивы внутри острых углов, образованных осями Cz и Cy_1 (включая равновесия, лежащие на Cy_1). Анализируя решения уравнений движения, линеаризованных в окрестности КР, можно показать, что если левая часть (3.5) положительна, то есть если компланарное равновесие находится внутри тупых углов, образованных осями Cz и Cy_1 , то оно неустойчиво.

Отметим, что для треугольных равновесий

$$\frac{d^2T_0}{d\varphi^2} = -\xi^2 \sin^2 \vartheta, \quad (3.6)$$

откуда следует, что все «закрепленные» треугольные равновесия устойчивы.

4. Условия существования компланарных равновесий в случае «полной» симметрии

В отличие от [24], запишем уравнения движения точки S в виде

$$\ddot{\xi} + 2\dot{\eta} \cos \vartheta - 2\dot{\zeta} \sin \vartheta - \xi + \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial \rho} \frac{\xi}{\rho} = \frac{2\lambda\xi}{1 - e^2}, \quad (4.1)$$



$$\ddot{\eta} - 2\dot{\xi} \cos \vartheta - (\eta \cos \vartheta - \zeta \sin \vartheta) \cos \vartheta + \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial \rho} \frac{\eta}{\rho} = \frac{2\lambda\eta}{1 - e^2}, \quad (4.2)$$

$$\ddot{\zeta} + 2\dot{\xi} \sin \vartheta + (\eta \cos \vartheta - \zeta \sin \vartheta) \sin \vartheta + \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial \zeta} = 2\lambda(\zeta - ed), \quad (4.3)$$

где λ — множитель Лагранжа, точкой ($\dot{}$) обозначена производная по безразмерному времени τ ($\tau = \omega t$), а $\tilde{\Pi}(\rho, \zeta)$ — безразмерный гравитационный потенциал астероида. Очевидно, $\lambda \leq 0$.

Предположим, что выполнены предположения ООКЗТТ В. В. Белецкого [16, 17], когда гравитационный потенциал астероида совпадает с гравитационным потенциалом двух материальных точек, помещенных в точки M_1 и M_2 оси динамической симметрии твердого тела, представляющего астероид. Ограничимся рассмотрением случая «полной симметрии», когда эти материальные точки имеют равные массы, то есть $\mu = 1/2$, и точки закрепления леера симметричны относительно центра масс C , то есть $d = 0$. В этом случае

$$\tilde{\Pi} = -\frac{\alpha k^3 e^3}{2} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right), \quad (4.4)$$

где $\rho_1 = |SM_1|/a$ и $\rho_2 = |SM_2|/a$.

Будем искать равновесия точки S на леере во вращающейся плоскости $\xi = 0$, положив в (4.1), (4.2), (4.3) $\xi = \dot{\xi} = \ddot{\xi} = \dot{\eta} = \ddot{\eta} = \dot{\zeta} = \ddot{\zeta} = 0$. Исключая λ из (4.2), (4.3) и используя (4.4), получим алгебраическое уравнение для определения множеств КР в виде

$$\alpha = f(\gamma, e; \vartheta, k) = \frac{4 \sin \gamma \sin^2 \vartheta \left(1 + \sqrt{1 - e^2} \cot \gamma \cot \vartheta \right) \left(\sqrt{1 - e^2} \cot \vartheta - \cot \gamma \right)}{k^3 e^4 \left(k \left(\rho_1^{-3} - \rho_2^{-3} \right) - 2e \cos \gamma \left(\rho_1^{-3} + \rho_2^{-3} \right) \right)}. \quad (4.5)$$

Условие «нахождения на связи» точки S , то есть неположительности λ , может быть записано как

$$\frac{1}{e \sin \gamma} \cdot \frac{1 + \sqrt{1 - e^2} \cot \gamma \cot \vartheta}{\sqrt{1 - e^2} \cot \vartheta - \cot \gamma} \cdot \frac{2P(1 - e^2) - ke \cos \gamma}{k - 2P \cos \gamma} \leq 1, \quad (4.6)$$

где $P = (\rho_1^3 + \rho_2^3)/(\rho_2^3 - \rho_1^3)$. Очевидно, равенство в (4.6) достигается в случае нулевого натяжения троса, то есть соответствующие КР являются КТЛ, описанными в [18, 25].

5. Множества компланарных равновесий в случае «полной симметрии»

Опишем множества КР, определяемых равенством (4.5), для которых (4.6) — строгое неравенство, при этом будем считать, что трос может иметь любую длину, не меньшую расстояния между полюсами F_1 и F_2 астероида, то есть эксцентриситет e может принимать любые значения из отрезка $[0, 1]$ (значению $e = 0$ соответствует трос бесконечной длины, а значению $e = 1$ — равновесия, лежащие на отрезке $F_1 F_2$). Фактически, в этой ситуации e и γ можно рассматривать как систему криволинейных координат в плоскости Syz .

Анализируя (4.5) и (4.6), можно показать, что в рассматриваемом случае КР не могут лежать на осях Sy_1 и Sz_1 (за исключением «центральной» КТЛ, совпадающей с центром масс C) и не могут находиться внутри острых углов, образованных осями Sz и Sz_1 . Поэтому, следуя классификации, предложенной для КТЛ в [25], будем называть КР, лежащие



внутри острых углов, образованных осями Cy_1 и Cz , «внешними», а КР, лежащие в первом и третьем квадрантах, образуемых осями Cy_1 и Cz_1 , «внутренними». Как следует из (3.5), внешние КР, отличные от КТЛ, становятся устойчивыми, если закрепить станцию на леере, в то время как внутренние КР, отличные от КТЛ, всегда неустойчивы. (Отметим, что как показано в [25], внешние КТЛ всегда неустойчивы, в то время как внутренние КТЛ могут быть как устойчивыми, так и неустойчивыми.)

Отметим также, что при выполнении условия

$$\alpha < g(\vartheta, k) = \frac{(4 - k^2)^2 \sin^2 \vartheta}{4k^3 (4 + k^2)} \quad (5.1)$$

на оси Cz , кроме центральной КТЛ, существуют ровно два КР K_1 и K_2 , принадлежащие отрезкам M_1F_1 и M_2F_2 соответственно, в противном случае на Cz нет КР, отличных от C . Нетрудно показать, что при выполнении неравенства (5.1) внешние КР существуют в как угодно малых окрестностях точек F_1, K_1, F_2, K_2 .

Учитывая, что на множества точек, определяемых равенством (4.5), наложено ограничение (4.6), можно установить, что множество внутренних КР, отличных от КТЛ, в зависимости от значений параметров α, k и ϑ представляется одной или двумя кривыми, соединяющими внутренние КТЛ, или же такие равновесия не существуют. Количество кривых, очевидно, определяется диаграммой количества КТЛ из [18]. Множества внешних КР состоят из двух или четырех кривых, которые, в зависимости от значений параметров рассматриваемой системы, могут соединять между собой в разных комбинациях внешнюю КТЛ, бесконечноудаленную точку, а также полюсы F_1 и F_2 с точками K_1 и K_2 в случае существования последних. Эти кривые в некоторых случаях могут пересекаться.

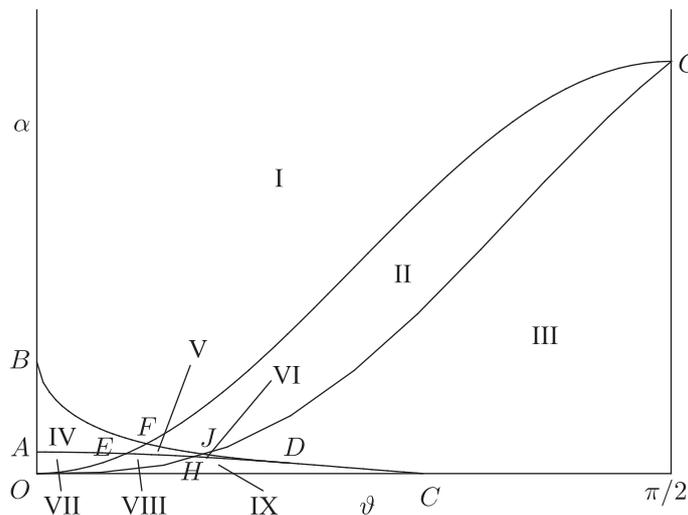


Рис. 2

В целом можно выделить 12 качественно различных типов множеств КР (рис.3–14), определяемых диаграммой, изображенной на рисунке 2 и представляющей собой сечение плоскостью $k = \text{const}$ пространства параметров α, k и ϑ . Фактически эта диаграмма есть диаграмма количества КТЛ из [18], к которой добавлены кривая $OEF G$ с уравнением $\alpha = g(\vartheta, k)$ (см. (5.1)) и определяемая численно кривая $OHJG$, соответствующая седловым точкам графика функции $f(e, \gamma)$ (см. (4.5)). Напомним, что количество внешних КТЛ равно

двум при любых допустимых значениях α и ϑ , в то время как количество внутренних КТЛ, отличных от C , для области $OAENCO$ равно 2, а для области $ABFJDHEA$ — 4, кривая $AENC$ имеет уравнение $\alpha = 1/8 - 3/16 \cdot \sin^2 \vartheta$, кривая $BFJD$ определяется численно, ордината точки B равна $3\sqrt{3}/8$.

Наиболее простая ситуация возникает в области I (с границей $BFJG$, которую также надо отнести к этой области), где внутренние КР отсутствуют, а внешние представляются двумя симметричными относительно C кривыми, соединяющими каждую из внешних КТЛ L_1 и L_2 с бесконечностью (рис. 3). (На этом и следующих рисунках внешние КТЛ обозначены символом \square .)

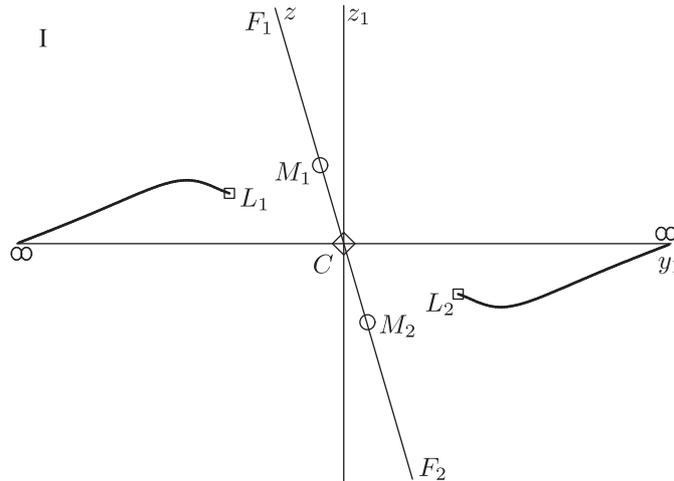


Рис. 3

В области II (с границей $FGJF$, причем только FJ следует отнести к этой области) к этим двум кривым добавляются также симметричные относительно C кривые, соединяющие F_1, K_1 и F_2, K_2 соответственно (рис. 4).

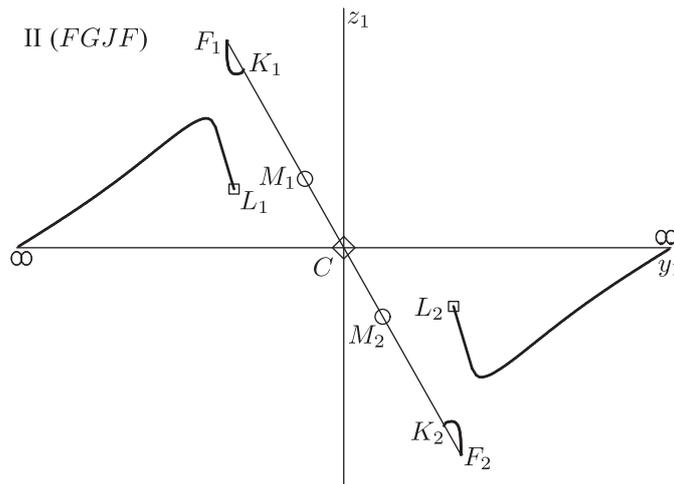


Рис. 4

На кривой GJ , являющейся границей областей II и III, также отсутствуют внутренние КР, а внешние КР представляются четырьмя попарно пересекающимися кривыми, соединя-



ющими равновесия K_1 и K_2 с бесконечностью и полюсы F_1 и F_2 с внешними КТЛ (рис. 5). Точки пересечения кривых при этом соответствуют седловой точке функции $f(e, \gamma)$.

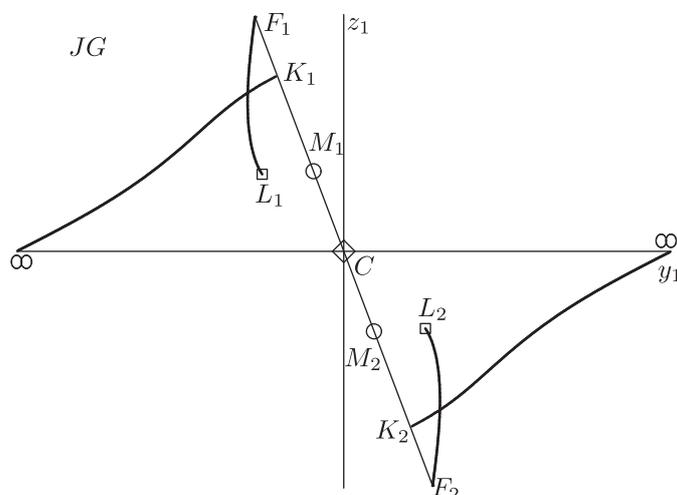


Рис. 5

В области III (с границей $GJDC$, причем JDC следует отнести к этой области) также отсутствуют внутренние КР, а внешние КР представляются четырьмя попарно симметричными относительно C непересекающимися кривыми, соединяющими полюсы F_1 и F_2 с бесконечностью и внешние КТЛ L_1 и L_2 с равновесиями K_1 и K_2 (рис. 6).

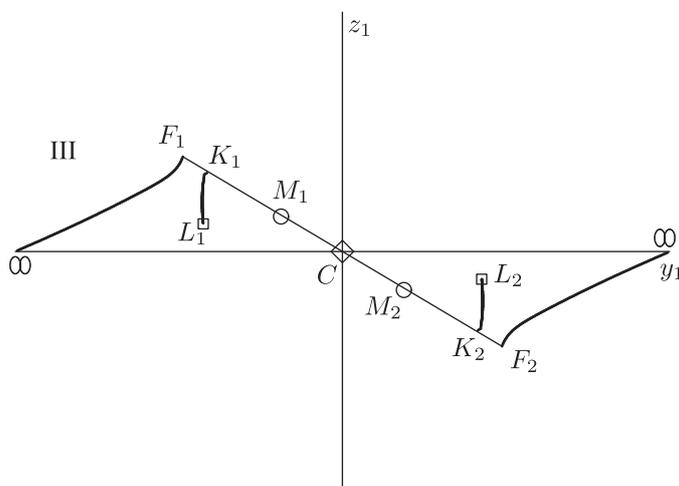


Рис. 6

В области IV (с границей $BFEA$, причем только участок EF следует отнести к этой области) множество внешних КР качественно такое же, как в области I, но появляются две симметричные относительно C кривые, соединяющие внутренние КТЛ L_3 , L_5 и L_4 , L_6 , представляющие множество внутренних КР (рис. 7). (На этом и следующих рисунках внутренние КТЛ обозначены символом \diamond .)

В области V (с границей $EFJHF$, не принадлежащей этой области) множество внешних КР качественно такое же, как в области II, а внутренних КР — как в области IV (рис. 8).

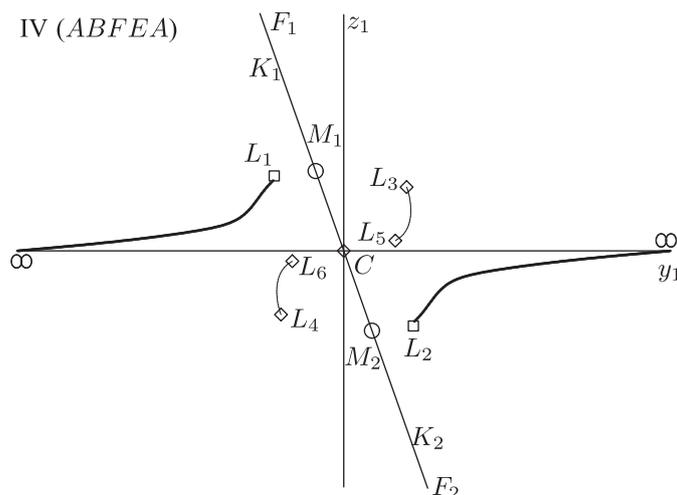


Рис. 7

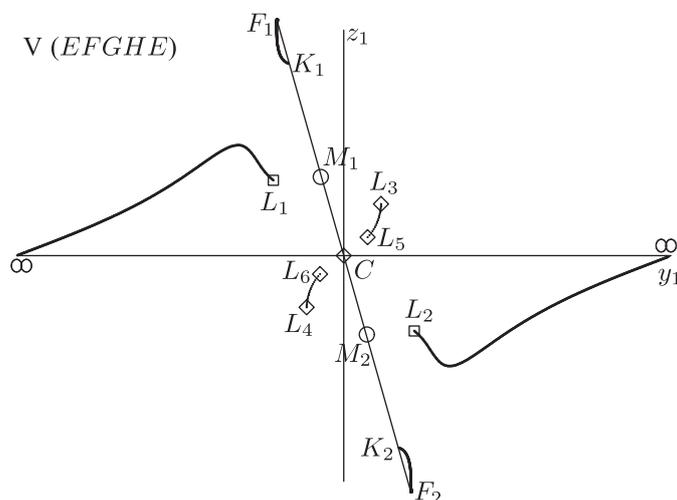


Рис. 8

На границе JH между областями V и VI для внешних КР ситуация такая же, как на GJ , а для внутренних КР — как в области IV (рис. 9).

В области VI с границей $DHJD$, не входящей в эту область, множество внешних компланарных равновесий качественно такое же, как в III, а внутренних — как в области IV (рис. 10).

В области VII, как и на ее границе AEO , внутренние КР образуют симметричную относительно C и проходящую через эту точку кривую, соединяющую внутренние КТЛ L_3 и L_4 , в то время как множество внешних КР качественно такое же, как в области I (рис. 11).

В области VIII, ограниченной кривой $OENHO$, вместе с участком этой границы EH , множество внутренних КР качественно такое же, как в VII, а внешних КР — как в II (рис. 12).

Границе OH между областями VIII и IX отвечает ситуация, когда, как и на GJH , внешние КР представляются пересекающимися кривыми, а внутренние КР — кривой, качественно такой же, как в области VII (рис. 13).

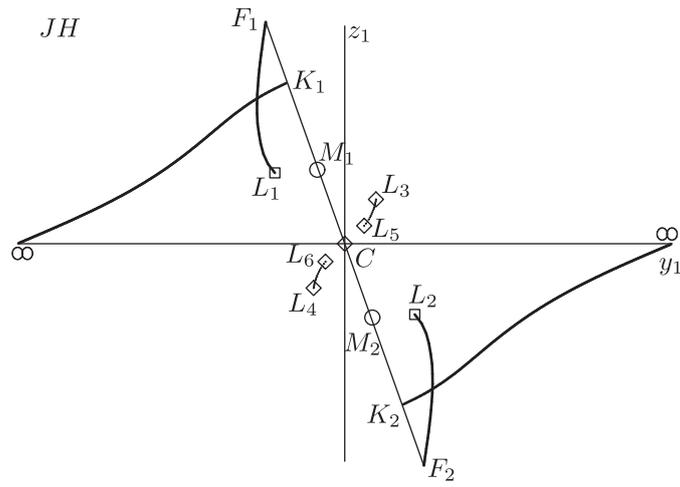


Рис. 9

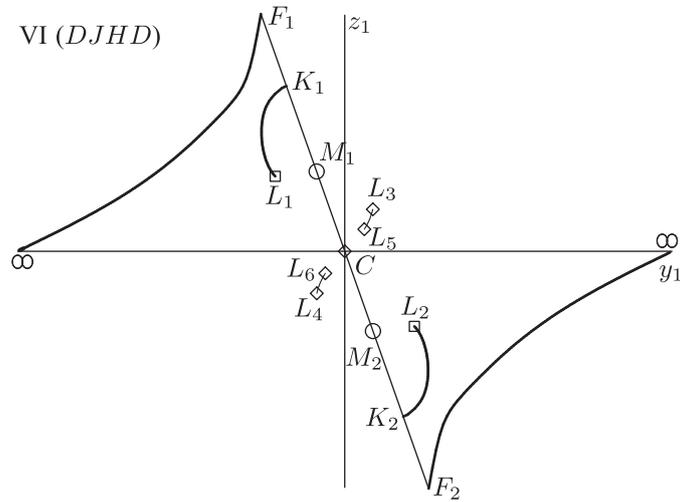


Рис. 10

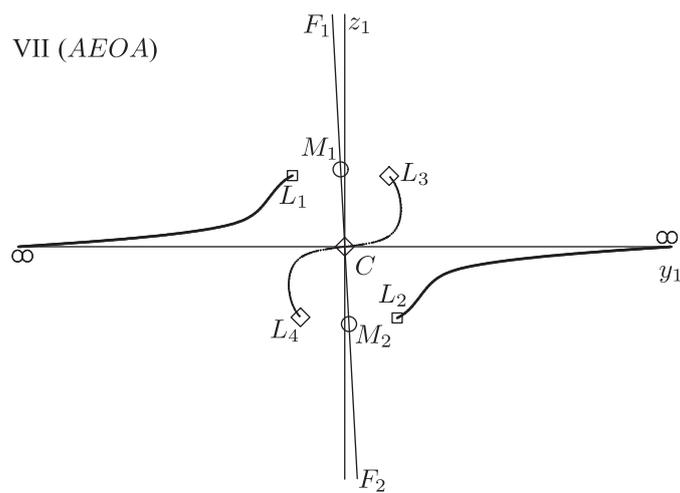


Рис. 11

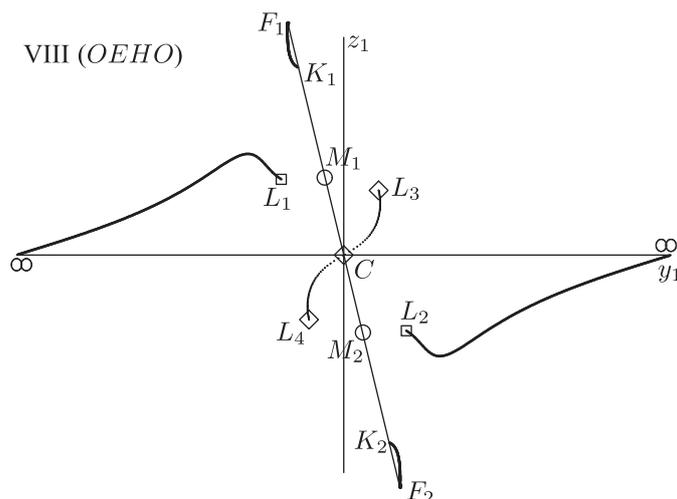


Рис. 12

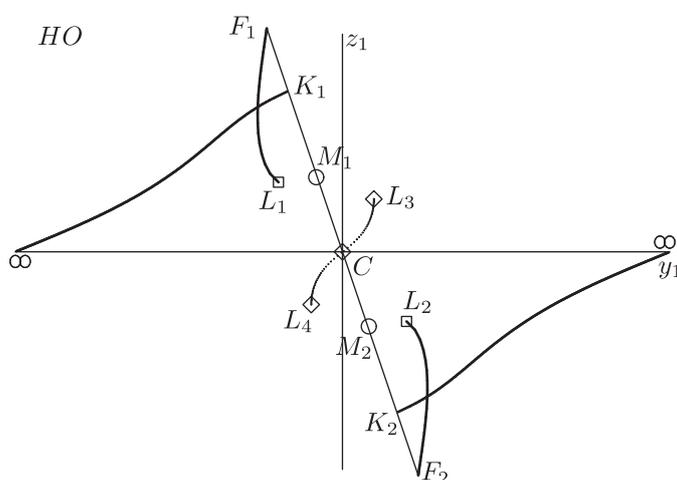


Рис. 13

Наконец, в области IX, ограниченной ломаной $OHDC$, как и на HD , для внешних КР ситуация качественно такая же, как в области III, а для внутренних КР — как в области VII (рис. 14).

На всех рисунках 3–14 компланарные равновесия, лежащие на жирных линиях, могут быть стабилизированы, остальные КР (неустойчивые) расположены на более тонких линиях.

Выводы

В настоящей работе продолжено исследование равновесий космической станции на тресе, закрепленном в полюсах динамически симметричного астероида (за полюсы принимаются точки пересечения оси динамической симметрии с поверхностью малой планеты). В случае, когда гравитационный потенциал твердого тела, моделирующего астероид, инвариантен относительно поворота вокруг оси динамической симметрии, выведены общие

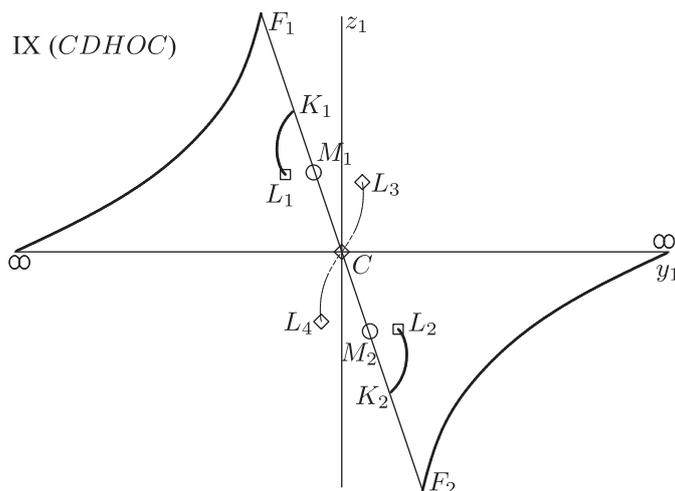


Рис. 14

условия устойчивости равновесий материальной точки на тросе при отсутствии движений вдоль троса. В частности, показано, что все равновесия точки в плоскости, проходящей через центр масс твердого тела перпендикулярно оси прецессии, могут быть стабилизированы, если закрепить точку на тросе, в то время как для равновесий, лежащих в плоскости, образованной осями прецессии и динамической симметрии твердого тела, такой способ стабилизации может быть реализован, только если материальная точка оказывается внутри одного из острых углов, образуемых осью динамической симметрии и осью, перпендикулярной оси прецессии.

В случае, когда гравитационный потенциал астероида есть потенциал двух частиц равной массы и полюсы симметричны относительно его центра масс, построены множества равновесий материальной точки на тросе в плоскости осей прецессии и динамической симметрии. Установлено, что в зависимости от значений параметров рассматриваемой механической системы, множества таких равновесий можно разделить на 12 качественно различных типов, в пространстве параметров построена соответствующая диаграмма.

Благодарности

Автор благодарен С. Я. Степанову за обсуждения, результатом которых стала постановка задачи.

Автор благодарен В. В. Белецкому за полезные замечания.

Автор благодарен И. И. Косенко, Ю. Ф. Голубеву и А. А. Бурову за обсуждения и комментарии.

Список литературы

- [1] Szebehely V. Theory of orbits: The restricted problem of three bodies. New York: Academic Press, 1967. 312 pp. [Себехей В. Теория орбит: Ограниченная задача трех тел. М.: Наука, 1982. 656 с.]
- [2] Маркеев А. П. Точки либрации в небесной механике и космодинамике. М.: Наука, 1978. 312 с.
- [3] Косенко И. И. Точки либрации в задаче о трехосном гравитирующем эллипсоиде: Геометрия области устойчивости // Космические исследования, 1981, т. 19, № 2, с. 200–209.



- [4] Иванов А. П. Об устойчивости в системах с неудерживающими связями // ПММ, 1984, т. 48, № 5, с. 725–732.
- [5] Иванов А. П. Динамика систем с механическими соударениями. М.: Международная программа образования, 1997. 336 с.
- [6] Scheeres D. J. Stability of binary asteroids // *Icarus*, 2002, vol. 159, no. 2, pp. 271–283.
- [7] Родников А. В. О движении груза по тросу, закрепленному на гантелевидном космическом аппарате // *Космические исследования*, 2004, т. 42, № 4, с. 444–448.
- [8] Koon W. S., Marsden J. E., Ross S., Lo M., Scheeres D. J. Geometric mechanics and the dynamics of asteroid pairs // *Ann. New York Acad. Sci.*, 2004, vol. 1017, no. 1, pp. 11–38.
- [9] Scheeres D. J., Bellerose J. The restricted Hill full 4-body problem: Application to spacecraft motion about binary asteroids // *Dyn. Syst.*, 2005, vol. 20, pp. 23–44.
- [10] Gabern F., Koon W. S., Marsden J. E. Spacecraft dynamics near a binary asteroid // *Discrete Contin. Dyn. Syst.*, 2005, suppl., pp. 297–306.
- [11] Родников А. В. О положениях равновесия груза на тросе, закрепленном на гантелевидной космической станции, движущейся по круговой геоцентрической орбите // *Космические исследования*, 2006, т. 44, № 1, с. 62–72.
- [12] Косенко И. И., Степанов С. Я. Устойчивость положений относительного равновесия орбитальной связки с учетом ударных взаимодействий: Неограниченная задача // *МТТ*, 2006, № 4, с. 86–96.
- [13] Родников А. В. О существовании безударных движений по леерной связи, закрепленной на протяженном космическом аппарате // *Космические исследования*, 2006, т. 44, № 6, с. 553–560.
- [14] Rodnikov A. V. The algorithms for capture of the space garbage using «leier constraint» // *Regul. Chaotic Dyn.*, 2006, vol. 11, no. 4, pp. 483–489.
- [15] Gabern F., Koon W. S., Marsden J. E. Parking a spacecraft near an asteroid pair // *J. Guid. Control Dyn.*, 2006, vol. 29, no. 3, pp. 544–553.
- [16] Белецкий В. В. Обобщенная ограниченная круговая задача трех тел как модель динамики двойных астероидов // *Космические исследования*, 2007, т. 45, № 6, с. 435–442.
- [17] Белецкий В. В., Родников А. В. Об устойчивости треугольных точек либрации в обобщенной ограниченной круговой задаче трех тел // *Космические исследования*, 2008, т. 46, № 1, с. 42–50.
- [18] Beletsky V. V., Rodnikov A. V. On evolution of libration points similar to Eulerian in the model problem of the binary-asteroids dynamics // *Journal of Vibroengineering*, 2008, vol. 10, no. 4, pp. 550–556.
- [19] Rodnikov A. V. Rotations of a dumbbell equipped with the «leier constraint» // *Journal of Vibroengineering*, 2008, vol. 10, no. 4, pp. 557–561.
- [20] Buchin V., Burov A., Troger H. A dumb-bell satellite with a cabin. Existence and stability of relative equilibria // *Proc. of 6th European Nonlinear Dynamics Conference (ENOC 2008)*, <http://lib.physcon.ru/>.
- [21] Fahnestock E. G., Scheeres D. J. Binary asteroid orbit expansion due to continued YORP spin-up of the primary and primary surface particle motion // *Icarus*, 2009, vol. 201, no. 1, pp. 135–152.
- [22] Родников А. В. О влиянии леерной связи на движение гантелевидного тела в центральном ньютоновском силовом поле // *Нелинейная динамика*, 2009, т. 5, № 4, с. 519–533.
- [23] Burov A., Kosenko I. On planar oscillations of a body with a variable mass distribution in an elliptic orbit // *J. Mech. Eng. Sci.*, 2011, vol. 225, no. 10, pp. 2288–2295.
- [24] Родников А. В. О движении материальной точки вдоль леера, закрепленного на прецессирующем твердом теле // *Нелинейная динамика*, 2011, т. 7, № 2, с. 295–311.
- [25] Белецкий В. В., Родников А. В. Компланарные точки либрации в обобщенной ограниченной круговой задаче трех тел // *Нелинейная динамика*, 2011, т. 7, № 3, с. 569–576.

On coplanar equilibria of a space station on the cable fixed in an asteroid

Alexander V. Rodnikov

N. E. Bauman Moscow State Technical University
2-nd Baumanskaya st. 5, Moscow, 105005, Russia
springer@inbox.ru, avrodnikov@yandex.ru

We study a space station equilibria on the cable called “the leier” with ends placed in poles of a dynamically-symmetric asteroid. We suggest some criteria of these equilibria stability for the station fixed on the leier. Using condition for V.V.Beletsky’s Generalized Restricted Circular Problem of Three Bodies we classify coplanar equilibria, i.e. equilibria in the plane composed by axes of dynamical symmetry and precession if the asteroid gravitational field is close to gravitational field of two particles of equal masses.

MSC 2010: 37N05,70H03,70H09

Keywords: space elevator, space tether system, asteroid, unilateral constraint, problem of three bodies

Received March 14, 2012, accepted April 2, 2012

Citation: *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2012, vol. 8, no. 2, pp. 309–322 (Russian)

