Нелинейная динамика. 2012. Т. 8. № 2. С. 369–376.
Полнотекстовая версия в свободном доступе
http://nd.ics.org.ru

УДК: 531.38
MSC 2010: 70E17, 70E40

О движении симметричного гиростата с переменным гиростатическим моментом в двух задачах динамики

Г. В. Горр, А. В. Мазнев

Рассмотрено движение симметричного гиростата с переменным гиростатическим моментом в двух задачах динамики: в задаче о движении гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил, описываемой уравнениями класса Кирхгофа – Пуассона; в задаче о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта – Лондона. Указаны решения уравнений движения, содержащие шесть произвольных постоянных.

Ключевые слова: симметричный гиростат, уравнения Кирхгофа – Пуассона, эффект Барнетта – Лондона

Введение

Модель симметричного гиростата характеризуется тем, что центр масс гиростата находится на оси симметрии, а моменты инерции относительно экваториальных осей равны (гироскоп Лагранжа). Гироскоп Лагранжа рассмотрен во многих классических учебниках по теоретической механике (см., например, [1]). Известно, что интегрирование уравнений движения тяжелого гироскопа Лагранжа осуществляется в эллиптических функциях времени.

Получено 14 октября 2011 года
После доработки 22 мая 2012 года

Горр Геннадий Викторович
applmech@iamm.ac.donetsk.ua
Институт прикладной математики и механики НАН Украины
83114, Украина, г. Донецк, ул. Р. Люксембург, д. 74

Мазнев Александр Владимирович
maznev_av@rambler.ru
Донецкий национальный университет
83055, Украина, г. Донецк, ул. Университетская, д. 24

Уравнения движения симметричного гиростата с постоянным гиростатическим моментом под действием потенциальных и гироскопических сил, описываемых уравнениями класса Кирхгофа, допускают, как и в классическом случае, дополнительный первый интеграл, и поэтому интегрируются в квадратурах [2, 3].

Для задачи о движении тяжелого твердого тела в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта–Лондона уравнения движения допускают только два первых интеграла, но, несмотря на это, в случае симметричного гиростата можно получить один линейный первый интеграл и один дополнительный интеграл [4].

В статье рассмотрено движение симметричного гиростата с переменным гиростатическим моментом. Постановка задачи о движении гиростата с переменным гиростатическим моментом дана Ж. Лиувиллем [5], В. Вольтерра [6], Н. Е. Жуковским [7], П. В. Харламовым [8]. Условия существования некоторых классов движений в задаче о движении тяжелого гиростата получены в [9–12], в задаче о движении гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил — в [13, 14].

Данная статья посвящена интегрированию в квадратурах уравнений движения симметричного гиростата в двух задачах динамики, указанных в аннотации статьи. Полученные решения зависят от шести произвольных постоянных.

Постановка задачи

Рассмотрим первую задачу — задачу о движении гиростата с переменным гиростатическим моментом под действием потенциальных и гироскопических сил [3, 13–15]:

$$A\dot{\boldsymbol{\omega}} = (A\boldsymbol{\omega} + \lambda\boldsymbol{\alpha} - B\boldsymbol{\nu}) \times \boldsymbol{\omega} - L\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\nu} \times (C\boldsymbol{\nu} - \mathbf{s}), \tag{1}$$

$$\dot{\boldsymbol{\nu}} = \boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{\omega}, \qquad \dot{\lambda} = L, \tag{2}$$

где введены обозначения: $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ — вектор угловой скорости тела-носителя; $\boldsymbol{\nu} = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)$ – единичный вектор оси симметрии силовых полей; $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ — единичный вектор, характеризующий гиростатический момент гиростата $\boldsymbol{\lambda}(t) = \lambda(t)\,\boldsymbol{\alpha}$; L — проекция момента сил, действующих на носимое тело, на его ось вращения; $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3)$ — вектор, сонаправленный с вектором обобщенного центра масс гиростата; A — тензор инерции гиростата; B и C — постоянные симметричные матрицы третьего порядка; точка над переменными $\boldsymbol{\nu}$, $\boldsymbol{\omega}$, $\lambda(t)$ обозначает производную по времени t.

Уравнения (1), (2) имеют два первых интеграла

$$\boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu} = 1, \qquad (A\boldsymbol{\omega} + \lambda\boldsymbol{\alpha}) \cdot \boldsymbol{\nu} - \frac{1}{2}(B\boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu}) = k, \tag{3}$$

где k — произвольная постоянная.

Запишем уравнения (1), (2), используя в качестве переменных x_1, x_2, x_3, где $\boldsymbol{x} = A\boldsymbol{\omega} = (x_1, x_2, x_3)$ — момент количества движения тела-носителя, а также ν_1, ν_2, ν_3 и λ. Тогда вектор угловой скорости можно записать в виде $\boldsymbol{\omega} = a\boldsymbol{x}$ ($a = (a_{ij})$ — гирационный тензор). Полагаем, что тело-носитель является гироскопом Лагранжа, а матрицы B и C имеют специальную форму, то есть

$$\begin{gathered} a = \operatorname{diag}(a_1, a_2, a_2), \quad \mathbf{s} = (s_1, 0, 0), \quad B = \operatorname{diag}(B_1, B_2, B_2), \\ C = \operatorname{diag}(C_1, C_2, C_2). \end{gathered} \tag{4}$$

Подставив выражение $L = \dot{\lambda}$ из уравнения (2) в уравнение (1) и учтя равенства (4), получим уравнения движения симметричного гиростата:

$$\big(x_1 + \lambda(t) + B_2\nu_1\big)^{\bullet} = 0, \tag{5}$$

$$\dot{x}_2 = x_3\big[x_1(a_1 - a_2) - a_2\lambda(t) + B_1a_2\nu_1\big] + \nu_3\big[(C_1 - C_2)\nu_1 - B_2a_1x_1 - s_1\big], \tag{6}$$

$$\dot{x}_3 = -x_2\big[x_1(a_1 - a_2) - a_2\lambda(t) + B_1a_2\nu_1\big] - \nu_2\big[(C_1 - C_2)\nu_1 - B_2a_1x_1 - s_1\big], \tag{7}$$

$$\dot{\nu}_1 = a_2(x_3\nu_2 - x_2\nu_3), \quad \dot{\nu}_2 = a_1x_1\nu_3 - a_2x_3\nu_1, \quad \dot{\nu}_3 = a_2x_2\nu_1 - a_1x_1\nu_2. \tag{8}$$

Интегралы (3) преобразуем к виду

$$\nu_1^2 + \nu_2^2 + \nu_3^2 = 1, \quad (x_1 + \lambda)\nu_1 + x_2\nu_2 + x_3\nu_3 - \frac{1}{2}\big(B_1\nu_1^2 + B_2\nu_2^2 + B_2\nu_3^2\big) = k. \tag{9}$$

При записи уравнений (5)–(9) считаем $\boldsymbol{\alpha} = (1, 0, 0)$, то есть гиростатический момент $\boldsymbol{\lambda} = \lambda(t)\boldsymbol{\alpha}$ направлен по оси симметрии тела-носителя.

Отметим, что в силу гидродинамической аналогии [15] при $\lambda = \mathrm{const}$ уравнения (1), (2) можно линейным преобразованием привести к уравнениям движения тела в жидкости [3]. В такой трактовке, вытекающий из уравнения (5) первый интеграл $x_1 + B_2\nu_1 = c$ называют интегралом Кирхгофа – Харламова [16].

Вторая задача описывается уравнениями

$$A\dot{\boldsymbol{\omega}} = (A\boldsymbol{\omega} + \lambda\boldsymbol{\alpha}) \times \boldsymbol{\omega} + B\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\nu} - L\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\nu} \times (C\boldsymbol{\nu} - \mathbf{s}), \tag{10}$$

$$\dot{\boldsymbol{\nu}} = \boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{\omega}, \qquad \dot{\lambda} = L, \tag{11}$$

в которых физическая интерпретация величин $\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\nu}, \lambda, \boldsymbol{\alpha}, L, C$ совпадает с интерпретацией соответствующих величин в уравнениях (1), (2). Матрица B в уравнении (10) обусловлена влиянием магнитного поля на ферромагнетик (первоначально не намагниченный). Момент $B\boldsymbol{\omega}$, входящий в уравнения (10) в составе произведения, характеризует эффект Барнетта – Лондона (при $\lambda = \mathrm{const}$ см. статьи [4, 17, 18]).

Запишем уравнения (10), (11), приняв, как и в случае рассмотрения уравнений (1), (2), переменные x_1, x_2, x_3, ν_1, ν_2, ν_3, λ и условия (4):

$$\big(x_1 + \lambda(t) + B_2\nu_1\big)^{\bullet} = 0, \tag{12}$$

$$\dot{x}_2 = x_3\big[(a_1 - a_2)x_1 - a_2\lambda(t) + B_2a_2\nu_1\big] + \nu_3\big[(C_1 - C_2)\nu_1 - B_1a_1x_1 - s_1\big], \tag{13}$$

$$\dot{x}_3 = -x_2\big[(a_1 - a_2)x_1 - a_2\lambda(t) + B_2a_2\nu_1\big] - \nu_2\big[(C_1 - C_2)\nu_1 - B_1a_1x_1 - s_1\big], \tag{14}$$

$$\dot{\nu}_1 = a_2(x_3\nu_2 - x_2\nu_3), \quad \dot{\nu}_2 = a_1x_1\nu_3 - a_2x_3\nu_1, \quad \dot{\nu}_3 = a_2x_2\nu_1 - a_1x_1\nu_2. \tag{15}$$

Уравнения (12)–(15) допускают первые интегралы

$$\nu_1^2 + \nu_2^2 + \nu_3^2 = 1, \quad (x_1 + \lambda_1)\nu_1 + x_2\nu_2 + x_3\nu_3 = k, \tag{16}$$

где k — произвольная постоянная.

Отметим, что при получении уравнений (12)–(14) предполагалось $\boldsymbol{\alpha} = (1, 0, 0)$.

Если в уравнениях (12)–(15) считать $\lambda(t) = \mathrm{const}$, то из (12) следует интеграл В. А. Самсонова [4]. В дальнейшем будем считать, что $\lambda(t) \neq \mathrm{const}$.

Интегрирование уравнений (5)–(8)

Из уравнения (5) найдем первый интеграл

$$x_1 + \lambda(t) + B_2\nu_1 = c, \tag{17}$$

где c — произвольная постоянная. Он является обобщением первого интеграла для случая $\lambda(t) = \mathrm{const}$. Выразим из соотношения (17) $\lambda(t)$:

$$\lambda(t) = c - x_1 - B_2\nu_1; \tag{18}$$

подставим (18) в уравнения (6), (7):

$$\begin{aligned}\dot{x}_2 &= x_3\big[(a_1x_1 - a_2c) + a_2(B_1 + B_2)\nu_1\big] + \nu_3\big[(C_1 - C_2)\nu_1 - B_2a_1x_1 - s_1\big],\\ \dot{x}_3 &= -x_3\big[(a_1x_1 - a_2c) + a_2(B_1 + B_2)\nu_1\big] - \nu_2\big[(C_1 - C_2)\nu_1 - B_2a_1x_1 - s_1\big].\end{aligned} \tag{19}$$

Интеграл моментов из системы (9) при условии (18) примет вид

$$x_2\nu_2 + x_3\nu_3 - \frac{1}{2}(B_1 + B_2)\nu_1^2 + c\nu_1 = K, \tag{20}$$

где $K = k + \dfrac{1}{2}B_2$.

Отметим, что в уравнениях (8), (19) x_1 — произвольная дифференцируемая функция времени.

Для интегрирования уравнений (8), (19) введем вместо ν_1, ν_2, ν_3 и x_2, x_3 новые переменные

$$\nu_1 = \cos\theta, \quad \nu_2 = \sin\theta\cos\varphi, \quad \nu_3 = \sin\theta\sin\varphi, \tag{21}$$

$$x_2 = \rho\cos\alpha, \quad x_3 = \rho\sin\alpha. \tag{22}$$

Тогда рассматриваемая система (8), (19) преобразуется так:

$$\dot{\theta} = a_2\rho\sin(\varphi - \alpha), \tag{23}$$

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{\sin\theta}[a_2\rho\cos\theta\cos(\varphi - \alpha) - a_1x_1\sin\theta], \tag{24}$$

$$\dot{\rho} = \sin\theta\sin(\varphi - \alpha)\cdot[(C_1 - C_2)\cos\theta - (s_1 + a_1B_2x_1)], \tag{25}$$

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} = \frac{1}{\rho}\big\{&(a_2c - a_1x_1)\rho - a_2(B_1 + B_2)\rho\cos\theta -\\ &- \sin\theta\cos(\varphi - \alpha)\cdot[(C_1 - C_2)\cos\theta - (s_1 + a_1B_2x_1)]\big\}.\end{aligned} \tag{26}$$

Система (23)–(26) имеет первый интеграл

$$\rho\sin\theta\cos(\varphi - \alpha) - \frac{1}{2}(B_1 + B_2)\cos^2\theta + c\cos\theta = K, \tag{27}$$

который следует из соотношения (20) в силу (21), (22).

Покажем, что система (23)–(26) при $x_1 = x_1^{(0)} = \mathrm{const}$ интегрируется в квадратурах. Из уравнений (23), (25) вытекает

$$\frac{d\rho}{d\theta} = \frac{\sin\theta}{a_2\rho}\Big[(C_1 - C_2)\cos\theta - (s_1 + a_1x_1^{(0)}B_2)\Big],$$

из которого получим зависимость $\rho^2(\theta)$:

$$\rho^2(\theta) = \frac{1}{a_2}\big[(C_2 - C_1)\cos^2\theta + 2(s_1 + a_1x_1^{(0)}B_2)\cos\theta + \varepsilon_0\big], \tag{28}$$

где ε_0 — произвольная постоянная.

На основании равенства (28), из интеграла (27) найдем $\cos(\varphi-\alpha)$ и подставим в уравнение (23):

$$\int\limits_{\theta_0}^{\theta}\frac{\sin\theta\,d\theta}{\sqrt{F(\theta)}}=a_2(t-t_0),\tag{29}$$

где

$$F(\theta)=\rho^2(\theta)\sin^2\theta-[K+\frac{1}{2}(B_1+B_2)\cos^2\theta-c\cos\theta]^2,\tag{30}$$

а $\rho^2(\theta)$ выражается по формуле (28).

Обращение интеграла (29) позволяет определить функцию $\theta=\theta(t)$. Для определения свойств этой функции можно использовать обозначение $\cos\theta=\nu_1$ из системы (21), а также выражение (28) и привести интеграл (29) к виду

$$\int\limits_{\nu_1^{(0)}}^{\nu_1}\frac{d\nu_1}{\sqrt{\Phi(\nu_1)}}=-(t-t_0).\tag{31}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
&\Phi(\nu_1)=d_4\nu_1^4+d_3\nu_1^3+d_2\nu_1^2+d_1\nu_1+d_0,\\
&d_4=-\frac{a_2}{4}(B_1+B_2)+C_1-C_2,\quad d_3=-c(B_1+B_2)-2(s_1+a_1x_1^{(0)}B_1),\\
&d_2=C_2-C_1-\varepsilon_0-a_2c^2+K(B_1+B_2),\\
&d_1=2(s_1+a_1x_1^{(0)}B_1)-2cK,\qquad d_0=\varepsilon_0-a_2K^2.
\end{aligned}\tag{32}$$

Из формул (31), (32) вытекает, что $\nu_1=\nu_1(t)$ является эллиптической функцией времени.

Для нахождения функции $\varphi(t)$ будем использовать уравнение, которое вытекает из уравнения (24) и интеграла (27) путем исключения $\cos(\varphi-\alpha)$. Если функцию $\theta=\theta(t)$, найденную из (29), подставить в редуцированное уравнение, то получим

$$\begin{aligned}
\varphi(t)=\int\limits_{t_0}^{t}\frac{1}{\sin^2\theta(t)}\Big[&\frac{a_2}{2}(B_1+B_2)\cos^3\theta(t)-(a_2c-a_1x_1^{(0)})\cos^2\theta(t)+\\
&+a_2K\cos\theta(t)-a_1x_1^{(0)}\Big]dt.
\end{aligned}\tag{33}$$

Из формулы (27) вытекает

$$\alpha(t)=\varphi(t)+\arccos\frac{1}{\rho(\theta(t))\sin\theta(t)}\left[K+\frac{1}{2}(B_1+B_2)\cos^2\theta(t)-c\cos\theta(t)\right].\tag{34}$$

Соотношения (18), (28), (29), (33) (34) позволяют, в силу (21), (22), найти зависимость всех переменных задачи (5)–(8) в предположении, что $x_1=x_1^{(0)}=\mathrm{const}$, то есть для построенного решения проекция вектора $\boldsymbol{x}$ на ось симметрии тела-носителя постоянна. Отметим, что произвольными постоянными в нем являются величины $x_1^{(0)}$, ε_0, K, c, φ_0, $\theta_0(\varphi_0=\varphi(t_0),\ \theta_0=\theta(t_0))$. Функция $L(t)$ находится дифференцированием функции $\lambda(t)=c-x_1^{(0)}-B_2\cos\theta(t)$. Таким образом, в случае симметричного гиростата установлено общее решение уравнений движения.

Интегрирование уравнений (12)–(15)

Следует подчеркнуть отличие уравнений системы (5)–(8) и системы (12)–(15). Оно состоит в том, что типы первых интегралов моментов из формул (9) и (16) не совпадают (в интеграл моментов из (16) не входят параметры B_i $(i = \overline{1,3})$). Однако это обстоятельство не отражается на интегрировании системы (12)–(15).

Из уравнения (12) следует

$$\lambda(t) = c - x_1 - B_2\nu_1, \tag{35}$$

где c — произвольная постоянная. Введем новые переменные $\rho, \alpha, \theta, \varphi$ согласно формулам (21), (22). С учетом равенства (35) систему уравнений (13)–(15) приведем к системе уравнений четвертого порядка. При этом очевидно, что уравнения для $\dot{\theta}$ и $\dot{\varphi}$ совпадают с уравнениями (23), (24), а уравнения для $\dot{\rho}$ и $\dot{\alpha}$ таковы:

$$\dot{\rho} = \sin\theta\sin(\varphi - \alpha)\big[(C_1 - C_2)\cos\theta - (s_1 + a_1B_1x_1)\big], \tag{36}$$

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} = -\frac{1}{\rho}\big\{\rho[(a_1x_1 - a_2c) + 2a_2B_2\cos\theta] + \\ + \sin\theta\cos(\varphi - \alpha)\cdot[(C_1 - C_2)\cos\theta - (s_1 + a_1B_1x_1)]\big\}.\end{aligned} \tag{37}$$

Первый интеграл моментов из (16) в новых переменных можно записать в виде

$$\cos(\varphi - \alpha) = \frac{1}{\rho\sin\theta}(k + B_2\cos^2\theta - c\cos\theta). \tag{38}$$

Выполним интегрирование уравнений (23), (24), (36), (37) в случае $x_1 = x_1^{(0)} = \mathrm{const}$. Из уравнений (23), (36) определим

$$\rho^2(\theta) = \frac{1}{a_2}[(C_2 - C_1)\cos^2\theta + 2(s_1 + a_1B_1x_1^{(0)})\cos\theta + \varepsilon_0], \tag{39}$$

где ε_0 — произвольная постоянная. Подставим выражение (38) в уравнение (23), используя очевидную формулу $\sin(\varphi - \alpha) = \sqrt{1 - \cos^2(\varphi - \alpha)}$. Тогда зависимость $\theta = \theta(t)$ можно определить путем обращения интеграла

$$\int\limits_{\theta_0}^{\theta} \frac{\sin\theta d\theta}{\varphi(\theta)} = a_2(t - t_0), \tag{40}$$

где

$$\varphi(\theta) = \rho^2(\theta)\sin^2\theta - (k + B_2\cos^2\theta - c\cos\theta)^2. \tag{41}$$

Переход в формуле (40) к интегрированию по $\nu_1 = \cos\theta$ осуществляется так же, как и в случае получения формулы (31). Следовательно, на основании формул (39), (41) можно утверждать, что $\nu_1 = \nu_1(t)$ — эллиптическая функция времени.

Подставим выражения (38), (39) в уравнение (24) и учтем зависимость $\theta = \theta(t)$. Тогда функцию $\varphi(t)$ можно получить из формулы

$$\varphi(t) = \int\limits_{t_0}^{t} \frac{1}{\sin^2\theta(t)}\big[a_2B_2\cos^3\theta(t) - (a_2c - a_1x_1^{(0)})\cos^2\theta(t) + k\cos\theta(t) - a_1x_1^{(0)}\big]\,dt. \tag{42}$$

Функцию $\alpha(t)$ определим из соотношения (38)

$$\alpha(t) = \varphi(t) + \arccos \frac{1}{\rho(\theta(t))\sin\theta(t)}\left(k + B_2\cos^2\theta(t) - c\cos\theta(t)\right), \tag{43}$$

где в силу (39)

$$\rho\big(\theta(t)\big) = \frac{1}{a_2^{\frac{1}{2}}}\sqrt{(C_2 - C_1)\cos^2\theta(t) + 2(s_1 + a_1 B_1 x_1^{(0)})\cos\theta(t) + \varepsilon_0}. \tag{44}$$

Итак, функции $\theta(t)$, $\varphi(t)$, $\alpha(t)$, $\rho(t)$ находятся из формул (40), (42)–(44). Подставив их в соотношения (21), (22), (35), установим зависимость переменных задачи от времени. Построенное решение зависит от произвольных постоянных $x_1^{(0)}$, ε_0, k, c, φ_0, θ_0.

Замечание

Анализ окончательных результатов, полученных при интегрировании уравнений движения симметричного гиростата в двух задачах динамики, описываемых, соответственно, уравнениями (1), (2) и (10), (11), показывает, что учет переменности гиростатического момента позволяет стабилизировать движение гиростата так, чтобы $x_1 = x_1^{(0)} = \text{const}$. Этот факт представляет интерес для приложений в задачах управления движением механических систем.

Выводы

В статье найдены решения двух систем дифференциальных уравнений движения симметричного гиростата с переменным гиростатическим моментом, описывающих движение гиростата под действием специального класса потенциальных и гироскопических сил, и движения симметричного гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта – Лондона. Эти решения можно интерпретировать как решения, обобщающие решение Кирхгофа – Харламова и решение В. А. Самсонова.

Полученные в данной статье результаты допускают, очевидно, обобщение, которое отвечает случаю, когда x_1 является функцией переменной θ. Тогда, например, для первой задачи можно найти аналоги формул (28)–(30), (33), (34) и определить функцию (18), которые будут описывать решение с пятью произвольными постоянными и одной произвольной функцией $x_1(\theta)$.

Список литературы

[1] Суслов Г. К. Теоретическая механика. М.: Гостехиздат, 1946. 655 с.

[2] Kirchhoff G. R. Über die Bewegung eines Rotationkörpers in einer Flüssigkeit // J. Reine Angew. Math., 1870, vol. 71, pp. 237–262.

[3] Харламов П. В. О движении в жидкости тела, имеющего неподвижную точку // Прикладная механика и техническая физика, 1963, № 4, с. 17–29.

[4] Самсонов В. А. О вращении твердого тела в магнитном поле // МТТ, 1984, № 4, с. 39–47.

[5] Liouville J. Développements sur un chapitre de la Mècanique de Poisson // J. de Mathématiques pures et appliquées, 1858, vol. 3, pp. 1–25.

[6] Volterra V. Sur la théorie des variations des latitudes // Acta Math., 1899, vol. 22, pp. 201–358.

[7] Жуковский Н. Е. О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью // Журн. рус. физ.-хим. общ-ва, 1885, т. 17, отд. 1, вып. 6, с. 81–113. (*См. также:* Жуковский Н. Е. Избранные сочинения: Т. 1. М.–Л.: Гостехиздат, 1948. С. 31–152.)

[8] Харламов П. В. Об уравнениях движения системы твердых тел // МТТ, 1972, № 4, с. 52–73.

[9] Волкова О. С. О стабилизации равномерных вращений вокруг наклонной оси твердого тела, несущего маховики // Тр. ИПММ НАНУ, 2007, т. 14, с. 41–51.

[10] Волкова О. С. Равномерные вращения вокруг наклонной оси твердого тела, несущего маховик // МТТ, 2008, № 38, с. 80–86.

[11] Волкова О. С. Регулярные прецессии тяжелого гиростата вокруг вертикальной оси // Тр. ИПММ НАНУ, 2009, т. 19, с. 30–35.

[12] Волкова О. С., Гашененко И. Н. Маятниковые вращения тяжелого гиростата с переменным гиростатическим моментом // МТТ, 2009, № 39, с. 42–49.

[13] Горр Г. В., Мазнев А. В. О некоторых классах регулярной прецессии гиростата с переменным гиростатическим моментом относительно наклонной оси в обобщенной задаче динамики // Тр. ИПММ НАНУ, 2010, т. 21, с. 64–75.

[14] Мазнев А. В. Прецессионные движения гиростата с переменным гиростатическим моментом под действием потенциальных и гироскопических сил // МТТ, 2010, № 40, с. 91–102.

[15] Yehia H. M. On the motion of a rigid body acted upon potential and gyroscopic forces: 1. The equations of motion and their transformations // J. Mech. Theor. Appl., 1986, vol. 5, no. 5, pp. 742–745.

[16] Горр Г. В., Кудряшова Л. В., Степанова Л. А. Классические задачи динамики твердого тела. Киев: Наукова думка, 1978. 294 с.

[17] Козлов В. В. К задаче о вращении твердого тела в магнитном поле // МТТ, 1985, № 6, с. 28–33.

[18] Урман Ю. М. Динамические эффекты, обусловленные вращательным движением сверхпроводника в магнитном подвесе // Докл. АН СССР, 1984, т. 276, № 6, с. 1402–1404.

About motion of symmetric gyrostat with a variable gyrostatic moment in two tasks of dynamics

Genady V. Gorr[1], Alexander V. Maznev[2]

[1]Institute of Applied Mathematics and Mechanics of NASU
R. Luxembourg 74, Donetsk, 83114, Ukraine
[2]Donetsk National University
Universitetskaya 24, Donetsk, 83055, Ukraine
[1]`applmech@iamm.ac.donetsk.ua`, [2]`maznev_av@rambler.ru`

The motion of symmetric gyrostat with a variable gyrostatic moment in two tasks of dynamics: in a task about motion of gyrostat under the action of potential and gyroscopic forces and in a task about motion of gyrostat in the magnetic field taking into account the effect of Barnett – London is considered. The decisions of equalizations which contain six arbitrary permanent are indicated.

MSC 2010: 70E17, 70E40
Keywords: symmetric gyrostat, equalizations of Kirchhoff – Poisson, effect of Barnett – London

Received October 14, 2011, accepted May 22, 2012
Citation: *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2012, vol. 8, no. 2, pp. 369–376 (Russian)